

Una revisión de las principales aportaciones académicas en lo que hoy es una pieza clave para la configuración de la moderna Economía Financiera

# Tres décadas de la teoría de opciones

A día de hoy la Teoría de Opciones se ha convertido en uno de los principales ejes de referencia en la concepción y el desarrollo de los mercados financieros modernos. Probablemente los ilustres Fisher Black, Myron S. Scholes y Robert C. Merton, no eran conscientes de que con sus obras académicas de referencia, hace cerca de tres décadas, estaban sembrando la semilla conceptual de una teoría que ha revolucionado el mundo de las finanzas por sus indudables aplicaciones en el campo de la innovación financiera, la valoración de inversiones, las finanzas corporativas y hoy también en el campo actuarial. Durante todo este tiempo los mercados de derivados se han desarrollado notablemente y para que todo ello sucediera han sido numerosas y tremendamente válidas las aportaciones que se han vertido desde el mundo académico. Aquí se presenta una revisión sintética de las mismas a modo de reconocimiento de ese extenso trabajo y como guía útil para todos aquellos que pretendan indagar en la materia.



José Luis Crespo Espert,  
Profesor Titular de Economía Financiera,  
Universidad de Alcalá

Hace 30 años, en el número de mayo-junio de *Journal of Political Economy* y en el número de primavera de *Bell Journal of Economics and Management Science* se publicaron los trabajos de Fisher Black y Myron S. Scholes "The Pricing of Options and Corporate Liabilities" y de Robert C. Merton "Theory of Rational Option Pricing". Un año después de que los propios Fisher Black y Myron S. Scholes publicaran "The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency" en *Journal of Finance*. Estos tres trabajos suponen el comienzo del desarrollo de la Teoría de Opciones, y fueron el principal motivo para la concesión del Premio Nobel de Economía a Myron S. Scholes y Robert C. Merton en 1997, dos años después de la muerte de Fisher Black. Sin embargo, los primeros pasos de la investigación en valoración de opciones se produjeron hace más de un siglo, en el año 1900, con la Tesis Doctoral de Louis Bachelier titulada

*Théorie de la Speculation*. Pero no tuvieron continuación hasta que en la década de los años sesenta se publicaron una serie de trabajos sobre la valoración de warrants, los cuales proporcionaban soluciones incompletas al tener que fijarse uno o varios parámetros de manera arbitraria en los modelos. Entre estos trabajos destacan Sprenkle, C. (1961), Ayres, H.F. (1963), Boness, A.J. (1964), Samuelson, P.A. (1965) y Chen, A.H.Y. (1970).

## LOS PRIMEROS MODELOS ANALÍTICOS DE BLACK, SCHOLES Y MERTON

Tras estos intentos iniciales, en los trabajos de Black y Scholes se desarrolló un modelo analítico, mediante una fórmula cerrada, para la valoración de opciones europeas sobre acciones que no reparten dividendos a lo largo de la vida de la opción y se mostraban resultados de algunos tests obtenidos con la aplicación del modelo propuesto. Por su parte, el trabajo de Robert C. Merton permitía considerar la existencia de repartos de dividendos, pero haciendo la hipótesis de considerar que éstos son constantes y que son repartidos de manera continua. Si bien esta hipótesis puede verse como poco realista, es una situación bastante

próxima a las opciones sobre índices bursátiles formados por una importante cantidad de acciones en las que no haya importantes variaciones en sus políticas de dividendos.

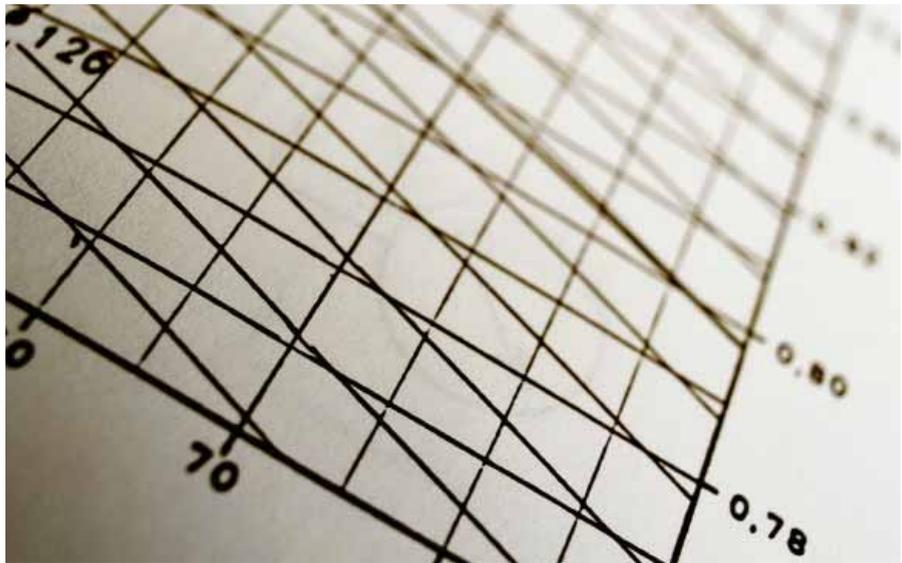
## DESARROLLOS Y ADAPTACIONES DEL MODELO ORIGINAL

Desde la publicación de estos tres artículos, han sido muy numerosos los trabajos que, año tras año, han aparecido tanto en revistas académicas como profesionales y que han permitido adaptar los desarrollos iniciales a gran variedad de situaciones. Entre estas primeras adaptaciones, en las que únicamente se realizan pequeñas modificaciones a los modelos iniciales propuestos y que permiten dar respuesta a otras situaciones inicialmente no previstas, destacan las realizadas por el propio Fisher Black tomando como base el modelo de Black-Scholes. Nos referimos a los modelos propuestos en 1975 y 1976 en "Fact and Fantasy in the Use of Options and Corporate Liabilities" y en "The Pricing of Commodity Contracts", para la valoración, respectivamente, de opciones europeas sobre acciones que reparten dividendos conocidos de manera discreta y sobre contratos a plazo de materias primas. Este último modelo además tiene una

especial importancia por la utilización que se le ha dado durante mucho tiempo en el mercado en la valoración de los derivados sobre instrumentos de deuda, a pesar de las inconsistencias teóricas que en este caso presenta. De igual forma, el modelo de Merton ha sido la base del propuesto, una década después, por Mark B. Garman y Stewen W. Kolhagen en su artículo "Foreing Currency Option Values", para valorar opciones sobre depósitos en divisas. En este caso, ambos modelos son idénticos si se interpreta el tipo continuo de reparto de dividendos como el tipo de interés libre de riesgo compuesto continuamente de la divisa. Desde estas iniciales y sencillas adaptaciones, los modelos originarios se han demostrado tan valiosos que han permanecido durante tres décadas siendo los cimientos necesarios para todos los desarrollos posteriores. Los cuales abarcan los realizados sobre valoración de opciones de tipo americano, los relativos a opciones con complejas estructuras de pagos a vencimiento, las opciones sobre instrumentos de deuda e, incluso, los más recientes sobre la utilización de la teoría de opciones en las decisiones de inversión en proyectos de naturaleza económica a través de la técnica conocida como opciones reales<sup>(1)</sup>. Sin olvidar, la aplicación de la Teoría de Opciones para la estructuración y valoración de nuevos activos financieros, producto de la innovación financiera, emitidos y/o comercializados en los mercados.

#### APLICACIÓN A OPCIONES AMERICANAS

Respecto a los desarrollos relativos a la valoración de opciones americanas, se comenzó por estudiar las opciones de compra en las que exista la posibilidad de que la acción subyacente reparta dividendos de forma discreta<sup>(2)</sup>. El primer modelo propuesto fue el de Richard Roll publicado en 1977 en el artículo "An Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends". Este trabajo significó el punto de partida de trabajos posteriores que lo refinaron, como los de Robert Geske en 1979 y Robert E. Whaley en 1981, titulados "A Note on a Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options with Known Dividends" y "On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends", respectiva-



mente. La valoración de opciones de venta americanas mediante fórmulas analíticas, aunque de cierta complejidad, debió esperar hasta 1984 con el artículo de Robert Geske y Herb E. Johnson titulado "The American Put Valued Analytically".

#### LOS PRIMEROS DESARROLLOS PARA OPCIONES EXÓTICAS

Paralelamente al estudio del cálculo de las primas de las opciones americanas se abordó la investigación para obtener soluciones analíticas a partir de la adaptación del modelo de Black-Scholes-Merton a opciones con estructuras de pagos al vencimiento complejas. Entre estos trabajos merecen un lugar destacado los que se citan en el **Anexo I**. Muchos de estos artículos, en el momento que se publicaron, presentaban modelos de valoración de opciones que no se negociaban en ningún tipo de mercado, pero con el tiempo irían formando la tipología básica de opciones que a partir de 1990, con la publicación del documento de trabajo de Mark Rubinstein *Exotic Options*, se comenzaría a conocer como opciones exóticas. Esta última generación de opciones, en permanente crecimiento y mutación, para las cuales no se puede dar otra definición que el de tener una estructura de pagos al vencimiento distintas a las tradicionales, han recibido una importante atención durante la última década y han sido numerosos los artículos dedicados al estudio de la multitud de variantes que presentan. Por

eso, junto a los trabajos a los que brevemente nos hemos referido, no hay que olvidar que existen otros que, apoyándose en los primeros, también han significado aportaciones a la lista de expresiones analíticas para valorar los distintos tipos de opciones exóticas, como son los que han estudiado la valoración de opciones ladder, chooser, cliquet, quanto y otras. Todos estos trabajos han contribuido a proporcionar el conocimiento técnico necesario que ha permitido la aparición y éxito de los productos estructurados o con características implícitas de opción en el mercado financiero en los últimos lustros.

#### LOS MÉTODOS NUMÉRICOS DE VALORACIÓN DE OPCIONES: MONTECARLO, DIFERENCIAS FINITAS Y BINOMIAL

Hasta el momento, nos hemos centrado principalmente en trabajos en los que, de forma similar a los seminales artículos de Fisher Black, Myron S. Scholes y Robert C. Merton, se han valorado los distintos tipos de opciones mediante fórmulas analíticas, y han aceptado prácticamente las mismas hipótesis en que se sustentan los modelos iniciales. Sin embargo, en la evolución experimentada en estas tres décadas por la Teoría de Opciones hay que tener presente que se ha ido progresivamente relajando las hipótesis de partida del modelo de Black-Scholes-Merton, y que, junto al desarrollo de métodos analíticos han ido apare-

(1) Técnica también denominada como análisis de contratos contingentes aplicados a las decisiones de presupuesto de capital.

(2) Cuando no existe reparto de dividendos el problema de la valoración de una opción call americana se reduce al mismo de la call europea, pues la posibilidad de ejercicio anticipado de la call americana no tiene valor si no se producen repartos de dividendos. Esta situación no es aplicable al caso de las opciones de tipo put, pues en éstas será más valiosa la opción put de tipo americano que la de tipo europeo.

> ciendo métodos numéricos en los que se considera el tiempo de manera discreta.

Los métodos numéricos se introducen dentro de la Teoría de Opciones porque permiten dar solución a situaciones en las que los modelos desarrollados directamente a partir del propuesto por Black, Scholes y Merton no pueden adaptarse. De esta forma, permiten que la metodología de valoración de estos contratos se acomode progresivamente a las diversas circunstancias, tal y como aparecen, en ocasiones, en la realidad de las empresas y del mercado financiero. Estos métodos numéricos son:

- El método de simulación de Montecarlo propuesto, en 1977 para la valoración de opciones, por Phelim P. Boyle en el artículo "Options: A Monte Carlo Approach".
- El método de diferencias finitas propuesto por Eduardo S. Schwartz y Michael J. Brennan en 1977 y 1978 en los artículos "The Valuation of American Put Options", "The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach" y "Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Sintesis".
- El método binomial publicado en 1979 por John Cox, Stephen Ross y Mark Rubinstein en el artículo titulado "Option Pricing: A Simplified Approach". Como extensión de este método también debe considerarse el método trinomial propuesto por Phelim P. Boyle en "Option Valuation Using a Three-Jump Process" publicado en 1986.

El refinamiento de estos métodos numéricos y sus adaptaciones a la valoración de los distintos tipos de opciones, principalmente americanas y exóticas, ha ocupado gran parte de la literatura financiera referida a opciones. Por recordar solamente algunos de estos trabajos se pueden citar, por ejemplo:

- Tilley, J.A. (1993); Grant, D.; Vora, D. y Weeks, D. (1993) y Dennis, P. y Rendleman, R.J. (1995) sobre adaptación del método de simulación de Montecarlo a opciones americanas.
- Brotherton-Ratcliffe, R. (1994); Moro, B. (1995); Papageorgion, A. y Traub, J. (1996) y Curran, M. (1994, 1996) sobre refinamientos de la simulación de Montecarlo mediante la utilización de números cuasi-aleatorios y números aleatorios estratificados.
- Boyle, P.P. (1988); Hull, J. y White, A. (1988 y 1993); Babbs, S. (1992); Boyle, P.P. y Lau,



DE IZQUIERDA A DERECHA FISHER BLACK, MYRON S. SCHOLES Y ROBERT C. MERTON

S.H. (1994) y Cheuk, T.H.F. y Vorst, T.C.F. (1994) sobre adaptación del método binomial a opciones exóticas y Hull, J. y White, A. (1990) sobre la utilización y adaptación del método de diferencias finitas.

#### VERSATILIDAD Y COMPLEJIDAD DE CÁLCULO

En definitiva, la ventaja de estos procedimientos es su versatilidad, que siempre permite adaptar alguno de ellos a la valoración de cualquier tipo de opción europea, americana o exótica, ya sean de compra o de venta, sobre activos subyacentes que repartan o no dividendos de manera discreta. Igualmente facilitan la valoración de las opciones cuando se relajan las hipótesis iniciales del modelo de Black-Scholes-Merton. Pero no todo son ventajas, el inconveniente que se le puede achacar a la simulación de Montecarlo es que es un método que para su aplicación requiere la realización de numerosos cálculos, y esto necesita tiempo y potencia de cálculo de los ordenadores que se empleen. Al método de diferencias finitas es su complejidad matemática y conceptual que lo hace menos atractivo en el ámbito profesional. Por su parte, el método binomial presenta frente a la simulación de Montecarlo la ventaja adicional de ser generalmente más eficiente<sup>(3)</sup> y frente al método de diferencias finitas la de su simplicidad.

#### UNA OPCIÓN ES SÓLO UNA OPERACIÓN FINANCIERA MÁS O MENOS COMPLEJA

Independientemente de que para la valoración de un determinado tipo de opción se desarrolle un modelo analítico o se aplique uno de los métodos numéricos, haciendo en cada caso las hipótesis oportunas, la idea fundamental que hay que tener presente es que una opción es una operación financiera. La cual, atendiendo

a su definición clásica, para estar en equilibrio requiere que la prestación sea financieramente equivalente a la contraprestación. Siendo la prestación la prima que debe pagar el comprador para tener derecho a la contraprestación. Por su parte, la contraprestación es de tipo aleatorio ya que depende de la relación que exista entre el valor alcanzado por el activo subyacente y el precio de ejercicio al cual se puede ejercer el derecho. Por tanto, el valor de la prima que deberá pagar el comprador será el valor esperado actualizado de los posibles pagos que realizaría la opción. Teniendo en cuenta esta idea esencial se ha planteado extensamente en la literatura financiera la posibilidad de considerar, por ejemplo, que la volatilidad o/y los tipos de interés se comporten de manera estocástica, la existencia de coste de transacción, distintas posibilidades en relación al movimiento del activo subyacente de la opción, etc. En definitiva, la progresiva relajación de la hipótesis iniciales de los modelos de valoración comentados.

#### APLICACIONES PARA INSTRUMENTOS REFERENCIADOS A DEUDA

Junto a estos trabajos, también ha sido especialmente prolífica la línea de investigación dirigida a la valoración de opciones sobre instrumentos de deuda. Dado que, como señala Moraleda, J.M. (1997), ningún modelo para valorar este tipo de opciones tiene hasta ahora una aceptación generalizada ni en el mercado ni en el mundo académico. Algunos de los trabajos, ya clásicos, que fundamentalmente han tratado de describir el movimiento de la curva de tipos de interés son los publicados por:

- Oldrich A. Vasicek, en 1977, "An Equilibrium Characterization of the Term Structure".
- John Cox, Jonathan E. Ingersoll y Stephen Ross, en 1985, "A Theory of Term Structure" >

(3) Excepto en algunos casos de opciones exóticas que dependan de los valores históricos tomados por el subyacente a lo largo de la vida de la opción. En estos casos, en ocasiones, es más eficiente la simulación de Montecarlo.

## ANEXO I. Algunas de las principales obras de referencia en materia de valoración de opciones con estructuras de pagos al vencimiento complejas (Opciones Exóticas)

**Fisher Black y John Cox** de 1976 "Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions". En este artículo se adapta el modelo inicial a la valoración de algunas opciones de tipo barrera<sup>(1)</sup>. Posteriormente, el resto de adaptaciones analíticas para valorar los distintos tipos de opciones barrera simples y digitales o binarias<sup>(2)</sup> existentes fueron publicadas en 1991 por Mark Rubinstein y Eric Reiner en "Breaking Down the Barriers" y "Unscrambling the Binary Code", respectivamente.

**William Margrabe** de 1978 "The Value of an Option to Exchange one Asset for Another". En este trabajo se muestra como adaptar el modelo de Black-Scholes-Merton a opciones que dan a su comprador la posibilidad de beneficiarse de su expectativa sobre el comportamiento relativo de los valores de dos activos, recibiendo a su vencimiento, si su expectativa era correcta, la diferencia de los precios de los activos o, en el caso contrario, la opción expira sin valor. La modificación propuesta del modelo es sencilla y se obtiene simplemente con dividir y multiplicar la expresión del pago al vencimiento de estas opciones por el valor del segundo activo, obteniéndose así un cociente de variables aleatorias lognormalmente distribuidas también lognormalmente distribuido, con lo que los pasos para obtener una formulación analítica dentro de las hipótesis del modelo de Black-Scholes-Merton son inmediatos. El modelo propuesto por Margrabe permite además, mediante una sencilla adaptación, la valoración analítica de opciones que al vencimiento entreguen el mejor o el peor de dos activos. Igualmente, este modelo en combinación con el modelo propuesto por Mark Rubinstein, en 1991 en el artículo titulado "Somewhere over the Rainbow", para la valoración de opciones que entregan el mejor de dos activos o dinero, permite la valoración analítica de opciones conocidas como best of y worst of de dos activos. Si bien, modelos para la valoración de este tipo de opciones en el caso de dos o más activos subyacentes habían sido propuestos también en los trabajos de Rene M. Stultz "Options on the Minimum or Maximum of Two Risky Assets" y de Herb E. Johnson "Options on the Maximum or Minimum of Several Assets", de 1982 y 1987 respectivamente.

**Robert Geske** de 1979 "The Valuation of Compound Options". En este estudio se establece una formulación analítica para opciones en las que el subyacente es otra opción, en concreto se consideró el caso de las opciones call sobre opciones call, en las que el subyacente de la última opción no reparte dividendos. Posteriormente, en 1991, Mark Rubinstein en "Double Trouble" pre-

sentó un modelo analítico más general en el entorno de Black-Scholes-Merton aplicable a los cuatro tipos básicos de estas opciones, incluyendo la posibilidad de reparto de dividendos según una tasa continua. La importancia de la valoración de las opciones compuestas propuesta por Robert Geske es que, además de permitir la valoración de un nuevo tipo de opciones, su modelo sirvió como base para el desarrollo de la valoración analítica de opciones americanas mediante los modelos propuestos por Richard Roll, el propio Robert Geske y Robert E. Whaley, a los que hemos hecho referencia anteriormente.

**Barry M. Golman, Howard B. Sosin y Mary Ann Gatto** también de 1979, "Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the High". Estos investigadores dedujeron un modelo analítico para la valoración de opciones lookback en las que el precio de ejercicio no se fija inicialmente, sino que se establece en el mejor valor alcanzado por el activo subyacente a lo largo de la vida de la opción. Es decir, en el mínimo valor para el caso de que la opción sea de tipo call y en el máximo si es de tipo put. Este artículo fue seguido por los de Mark B. Garman de 1989 titulado "Recollection in Tranquillity", y dos años más tarde el de Antoine Conze, A. y Viswanathan "Path Dependent Options: The Case of Lookback Options", en donde se consideran opciones de este tipo pero en las que el precio de ejercicio es fijo, siendo, por tanto, opciones sobre el máximo o el mínimo de los valores alcanzados por el activo subyacente durante la vida de la opción.

**Angeliem G.Z. Kemna y Ton C.F. Vorst** de 1990, "A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values". Estos autores desarrollaron un modelo analítico para la valoración de opciones asiáticas del tipo valor del subyacente promedio geométrico y precio de ejercicio fijo. Utilizando esta opción como variable de control en un proceso de simulación de Montecarlo para valorar estas mismas opciones pero en las que el promedio se calculase de manera aritmética. La misma aproximación al problema de la valoración de opciones asiáticas la hace Mark Rubinstein en el documento de trabajo Exotic Options en 1990, generalizando el modelo obtenido para opciones asiáticas con precio promedio de tipo geométrico del subyacente a subyacentes que reparten dividendos según una corriente continua y equilibrada y, cuando el periodo de cálculo del promedio no coincide con toda la vida de la opción, mostrando, además, como obtener una formulación analítica del mismo tipo que la anterior para valorar opciones asiáticas con precio de ejercicio promedio de tipo geométrico. □

(1) Las opciones barrera son opciones que se activan o se desactivan en función de que el activo subyacente haya alcanzado un determinado valor (valor barrera) a lo largo de la vida de la opción. Si durante ese tiempo el subyacente alcanza el valor barrera la opción, si es de tipo in, se comporta hasta la expiración como una opción de compra o de venta simple, o por el contrario, si es de tipo out la opción deja de existir en ese momento.

(2) Las opciones digitales o binarias son opciones que a su vencimiento entregan una cantidad de dinero predeterminada o un activo, o por el contrario expiran sin valor dependiendo de que a lo largo de su vida o al final de ésta, se haya cumplido o no una determinada condición. En estas opciones el valor intrínseco al vencimiento es independiente de lo profundamente que la opción se encuentre "in the money" o "out the money". Las opciones binarias pueden ser independientes de la historia del subyacente, (opciones digitales "path independent"), o condicionadas a ésta (opciones digitales "path dependent"). De este último tipo son las opciones digital de tipo barrera.

- > of Interest Rates".
- Thomas S.Y. Ho y Sang-Bin Lee, en 1986, "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims".
  - John Hull y Alan White, en 1990 y 1994, "Pricing Interest Rate Derivative Securities" y "Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models I: Single-Factor Models".
  - Fisher Black, Emanuel Derman y William

- Toy, en 1990, "A One Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options".
- Fisher Black y Piotr Karasinski, en 1991, "Bond and Option Pricing when Short Rates Are Lognormal".
- David Heath, Robert Jarrow y Andrew Morton, en 1992, "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: a New Methodology for Contingent Claims Valuation", así

como los dos artículos anteriores de estos tres mismos investigadores del año 1990. Un estudio que ofrece una amplia visión recopilatoria de estos y otros trabajos desarrollados sobre el tema es el de 1999 escrito por Rajna Gibson, François-Serge Lhabitant y Denis Talay con el título "Modeling the Term Structure of Interest Rates: A Review of the Literature". Como breve resumen de estos modelos se puede decir que unos modelizan

## BIBLIOGRAFÍA DE REFERENCIA PARA EL ESTUDIO DE LA TEORÍA DE OPCIONES

- AYRES, H.F. (1963): "Risk Aversion in the Warrants Market, *Industrial Management Review*, 4, fall, págs. 497-505.
- BABBS, S. (1992): *Binomial Valuation of Lookback Options*, Working Paper, Midland Global Markets.
- BACHELIER, L. (1900): *Théorie de la Speculation*, Gauthier-Villars, Paris. Traducido al inglés en Cootner, P.S. (1964): *The Random Character of Stock Market Prices*, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Mass, págs. 17-78.
- BALDWIN, C.Y.; MASON, S.P. y RUBACK, R.S (1983): *Evaluation of Government Subsidies to Large Scale Energy Projects: A Contingent Claims Approach*, Working Paper, Harvard Business School.
- BERGÉS, A. (1994): "El Seguro en la Moderna Teoría Financiera", *Economía*, vol. 29, nº 2, mayo-agosto, págs. 94-109.
- BLACK, F y KARASINSKI, P (1991): "Bond and Option Pricing when Short Rates Are Lognormal", *Financial Analysts Journal*, nº 47, págs. 52-59.
- BLACK, F. (1975): "Fact and Fantasy in the Use of Options and Corporate Liabilities", *Financial Analysts Journal*, nº 31, July-August, págs: 36-41, 61-72.
- BLACK, F. (1976): "The Pricing of Commodity Contracts", *Journal of Financial Economics*, January-March, págs: 167-179.
- BLACK, F. y COX, J.C. (1976): "Valuing Corporate Securities: Some Effects of Bond Indenture Provisions", *Journal of Finance*, vol. 31, may, págs. 351-367.
- BLACK, F., y SCHOLES, M. (1972): "The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency", *The Journal of Finance*, vol. 27, nº 2, págs. 399-418.
- BLACK, F., y SCHOLES, M. (1973): "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", *Journal of Political Economy*, vol. 81, May-June, págs. 637-654.
- BLACK, F.; DERMAN, E. y TOY, W. (1990): "A One Factor Model of Interest Rates and Its Applications to Treasury Bond Options", *Financial Analysts Journal*, nº 46, págs. 33-39.
- BONESS, A.J. (1964): "Elements of a Theory of Stock-Option Values", *Journal of Political Economy*, vol. 72, nº 2, págs. 163-175.
- BOYLE, P.P. (1977): "Options: Monte Carlo Approach", *Journal of Financial Economics*, vol. 4, may, págs: 323-338.
- BOYLE, P.P. (1986): "Option Valuation Using a Three-Jump Process", *International Option Journal*, 3, págs. 7-12.
- BOYLE, P.P. (1988): "A Lattice Framework for Option Pricing with Two State Variables", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 23, March, págs: 1-12.
- BOYLE, P.P. y LAU, S.H. (1994): "Bumping up Against the Barrier with the Binomial Method", *Journal of Derivatives*, Summer, págs: 6-14.
- BRENNAN, M.J. y SCHWARTZ, E.S. (1977): "The Valuation of American Put Options", *Journal of Finance*, vol. 32, May, págs. 449-462.
- BRENNAN, M.J. y SCHWARTZ, E.S. (1978): "Finite Difference Methods and Jump Processes Arising in the Pricing of Contingent Claims: A Synthesis", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 13, September, págs. 462-474.
- BRENNAN, M.J. y SCHWARTZ, E.S. (1983): *Evaluating Natural Resource Investments*, Working Paper, Ottawa University.
- BROTHERTON-RATCLIFFE, R. (1994): "Monte Carlo Monitoring", *Risk*, vol. 7, nº 12, December.
- CHEN, A.H.Y. (1970): "A Model of Warrant Pricing in a Dynamic Market", *Journal of Finance*, 25, December, págs. 1041-1060.
- CHEUK, T.H.F. y VORST, T.C.F. (1994): "Binomial Models for Some Path-Dependent Options", Working Paper, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam.
- CONZE, A. y VISWANATHAN, M. (1991): "Path Dependent Options: The Case of Lookback Options", *Journal of Finance*, vol. 46, nº5, December, págs. 1893-1907.
- COX, J.; ROSS, S. y RUBINSTEIN, M. (1979): "Option Pricing: A Simplified Approach", *Journal of Financial Economics*, vol. 7, October, págs: 229-263.
- COX, J.C.; INGERSOLL, J.E. Y ROSS, S.A. (1985): "A Theory of Term Structure of Interest Rates", *Econometrica*, nº 53, págs. 385-408.
- CURRAN, M. (1994): "Strata Gems", *Risk*, vol. 7, nº 3, March, págs: 70-71.
- CURRAN, M. (1996): "Recovering Identity", *Risk*, vol. 9, nº 5, May, pag.: 65.
- DENNIS, P. y RENDLEMAN, R.J. (1995): *Pricing Financial Claims Subject to Interest Rate Risk and Default Risk*, Working Paper, Kenan-Flagler Business School, University of North Carolina, Chapel Hill.
- FERNÁNDEZ, P. (2001): "Como Valorar Empresas Relacionadas con Internet: el Caso Amazon", *Bolsa de Madrid*, nº 97, marzo, págs. 16-21.
- FERNÁNDEZ, P. (2002): "Valoración de Opciones Reales: Problemas y Errores", *Bolsa de Madrid*, nº 106, febrero, págs. 32-37.
- GARMAN, M. Y KOLHAGEN, S.W. (1983): "Foreign Currency Option Values", *Journal of International Money and Finance*, vol.2, December, págs. 231-237.
- GARMAN, M.B. (1989): "Recollection in Tranquillity", *Risk*, (2), March, págs: 16-18.
- GESKE, R. (1979): "A Note on an Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options with Known Dividends", *Journal of Financial Economics*, vol. 7, págs: 63-81.
- GESKE, R. (1979): "The Valuation of Compound Options", *Journal of Financial Economics*, March, págs. 1511-1524.
- GESKE, R. y JOHNSON, H.E. (1984): "The American Put Valued Analytically", *Journal of Finance*, vol. 39, December, págs: 1511-1524.
- GIBSON, R.; LHABITANT, F.-S., y TALAY, D. (1999): "Modeling the Term Structure of Interest Rates: A Review of the Literature", Disponible en: <http://www.risklab.ch/ftp/papers/TermStructureSurvey.pdf>.
- GOLMAN, M.B.; SOSIN, H.B. y GATTO, M.A. (1979): "Path Dependent Options: Buy at the Low, Sell at the



los tipos a plazo implícitos y otros los tipos al contado, unos consideran el tiempo de forma discreta y otros de forma continua, unos consiguen estimar los tipos observados en el mercado en el momento de la valoración, mientras que otros no lo logran. Además, en algunos modelos se respetan condiciones como el efecto de convergencia a la media de los tipos, la no posibilidad de arbitraje y/o la no obtención de estimaciones de tipos de in-

terés negativos, mientras que en otros solo se respeta alguna de estas condiciones.

A lo largo de los distintos desarrollos que brevemente se han ido comentando, la Teoría de Opciones se ha convertido en una de las piezas clave para la configuración de la moderna Economía Financiera, tanto como área académica de investigación en las Universidades, como por ser un elemento necesario para la práctica profesional en las finanzas corporati-

vas y, por supuesto, en los mercados financieros. Por ejemplo, otro Premio Nobel de Economía, el del año 1990, Merton Miller en su artículo "The History of Finance" de 1999 considera que esta teoría se convertirá en el centro de gravedad de las finanzas y llevará a la reconstrucción de la teoría financiera en su conjunto, pero de eso hablaremos en un próximo artículo que se publicará en las páginas de esta misma revista. □

- High", *Journal of Finance*, vol. 34, nº5, december, págs. 1111-1127.
- GRANT, D.; VORA, D. y WEEKS, D. (1993): "Path Dependent Options: Extending the Monte Carlo Approach", Working Paper, Andersen School of Management, University of New Mexico, Albuquerque, NM.
- HAYES, R.H. y GARVIN, D. A. (1982): "Managing as if Tomorrow Mattered", *Harvard Business Review*, may-june, págs. 70-79.
- HEATH, D.; JARROW, R. y MORTON, A. (1990): "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A Discrete Time Approximation", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, nº 25, págs. 419-440.
- HEATH, D.; JARROW, R. y MORTON, A. (1990): "Contingent Claim Valuation with a Random Evolution of Interest Rates", *Review of Futures Markets*, nº 9, págs. 54-76.
- HEATH, D.; JARROW, R. y MORTON, A. (1992): "Bond Pricing and the Term Structure of Interest Rates: A New Methodology for Contingent Claims Valuation", *Econometrica*, nº 60, págs. 77-105.
- HO, T.S.Y. y LEE, S.B. (1986): "Term Structure Movements and Pricing Interest Rate Contingent Claims", *Journal of Finance*, nº 41, págs. 1011-1029.
- HULL, J. y WHITE, A. (1988): "The Use of Control Variate Technique in Option Pricing", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 23, September, págs. 237-251.
- HULL, J. y WHITE, A. (1990): "Pricing Interest Rate Derivative Securities", *Review of Financial Studies*, nº 3, págs. 573-592.
- HULL, J. y WHITE, A. (1990): "Valuing Derivative Securities Using the Explicit Finite Difference Method", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 25, nº 1, march, págs. 87-100.
- HULL, J. y WHITE, A. (1993): "Efficient Procedures for Valuing European and American Path-Dependent Options", *Journal of Derivatives*, vol. 1, Fall, págs. 21-31.
- HULL, J. y WHITE, A. (1994): "Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models: Single-Factor Models", *Journal of Derivatives*, otoño, págs. 7-16.
- JOHNSON, H. (1987): "Options on the Maximum or Minimum of Several Assets", *Journal of Financial and Quantitative Research*, vol. 22, september, págs. 277-283.
- KEMNA, A.G.Z. y VORST, A.C.F. (1990): "A Pricing Method for Options Based on Average Asset Values", *Journal of Banking and Finance*, vol. 14, march, págs. 113-129.
- KESTER, C. (1984): "Today's Options for Tomorrow's Growth", *Harvard Business Review*, vol. 62, nº 2, march-april, págs. 153-160. Este artículo se ha publicado traducido al español con el título "Las Opciones de Hoy para el Crecimiento Futuro" en *Harvard Deusto Business Review*, nº 20, cuarto trimestre, 1984, págs. 73-84 y en *Análisis Financiero*, nº 54, segundo trimestre, 1991, págs. 65-72.
- MARGRABE, W. (1978): "The Value of an Option to Exchange one Asset for Another", *Journal of Finance*, vol. 33, marh, págs. 177-186.
- MASON, S.P. y MERTON, R.C (1985): "The Role of Contingence Claims Analysis in Corporate Finance" en ALTMAN, E. y SUBRAHMANYAN, M. (eds.) (1985): *Recent Advances Corporate Finance*, Irwin, págs. 7-54. Una versión en español de este artículo con el título "Aplicaciones de la Teoría de Opciones para las Finanzas de la Empresa" en *Análisis Financiero*, nº 54, segundo trimestre, 1991, págs. 38-53.
- MERTON, R.C. (1973), "Theory of Rational Option Pricing", *Bell Journal of Economics and Management Science*, vol. 4, spring, págs. 141-183.
- MERTON, R.C. (1995): "Influence of Mathematical Models in Finance on Practice: Past, Present, and Future", *Financial Practice and Education*, vol. 5, nº 1, spring-summer, págs. 7-15.
- MERTON, R.C. (1998): "Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later", *The American Economic Review*, vol. 88, nº 3, págs. 323-349.
- MILLER, M. (1999): "The History of Finance", *Journal of Portfolio Management*, vol. 25, nº 4, summer, págs. 95-101. Versión electrónica obtenida en ABI/INFORM Global, Reference.
- MORALEDA, J.M. (1997): "Avances Recientes en la Valoración de Activos Derivados en Renta Fija", *Información Comercial Española*, nº 764, julio-agosto, págs. 29-40.
- MORO, B. (1995): "The Full Monte", *Risk*, vol. 8, nº 2, february.
- PAPAGEORGION, A. y TRAUB, J. (1996): "Beating Monte Carlo", *Risk*, vol. 9, nº 6, june.
- ROLL, R. (1977): "An Analytical Valuation Formula for Unprotected American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics*, vol. 5, november, págs. 251-258.
- RUBINSTEIN, M. (1990): *Exotic Options*, Working Paper, University of California, Berkeley.
- RUBINSTEIN, M. (1991): "Double Trouble", *Risk*, vol. 5, nº 1, december 1991-january 1992, pág. 73.
- RUBINSTEIN, M. (1991): "Somewhere over the Rainbow", *Risk*, vol. 4, nº 10, november, págs: 63-66.
- RUBINSTEIN, M. y REINER, E. (1991): "Breaking Down the Barriers", *Risk*, vol. 4, nº 8, september, págs: 28-35.
- RUBINSTEIN, M. y REINER, E. (1991): "Unscrambling the Binary Code", *Risk*, vol. 4, nº 9, october, págs: 75-83.
- SAMUELSON, P.A. (1965): "Rational Theory of Warrant Pricing", *Industrial Management Review*, vol. 6, spring, págs. 13-31.
- SCHWARTZ, E.S. (1977): "The Valuation of Warrants: Implementing a New Approach", *Journal of Financial Economics*, vol. 4, january, págs: 79-94.
- SPRENKLE, C. (1961): "Warrant Prices as Indications of Expectations", *Yale Economic Essay*, 1, págs.179-232.
- STULZ, R.M. (1982): "Options on the Minimum or Maximum of Two Risky Assets", *Journal of Financial Economics*, vol. 10, págs: 161-185.
- TILLEY, J.A. (1993): "Valuing American Options in Path Simulation Model", *Transactions of the Society of Actuaries*, XLV, págs. 499-520.
- TOURINHO, O.A.F. (1979): *The Option of Value of Reserves of Natural Resources: An Option Pricing Approach*, Working Paper, University of California, Berkeley.
- TRIGEORGIS, L. (1986): *Valuing Real Investment Opportunities: An Option Approach to Strategic Capital Budgeting*, Tesis Doctoral, Harvard University.
- TRIGEORGIS, L. y MASON, S.P. (1987): "Valuing Managerial Flexibility", *Midland Journal of Corporate Finance*, spring, págs. 14-21. Una versión en español de este artículo con el título "Valoración de la Flexibilidad Futura en las Decisiones de Inversión" en *Análisis Financiero*, nº 54, segundo trimestre, 1991, págs. 56-64.
- VASICKEK, O.A. (1977): "An Equilibrium Characterization of the Term Structure", *Journal of Financial Economics*, nº 5, págs. 177-188.
- WANG, S. (2000): "A Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks" disponible en [http://www.stats.uwaterloo.ca/Stats\\_Dept/IIPR/2001-reports/IIPR-01-17.pdf](http://www.stats.uwaterloo.ca/Stats_Dept/IIPR/2001-reports/IIPR-01-17.pdf).
- WHALEY, R. E. (1981): "On the Valuation of American Call Options on Stocks with Known Dividends", *Journal of Financial Economics* vol. 9, págs. 207-211.